

Контрольные работы по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика"

Контрольная работа №1 (определение вероятностей случайных событий)

Пример решения контрольной работы:

Задача 1. В 3-х из 10 проб крови недостаточный уровень гемоглобина. Лаборант для анализа взял четыре пробы. Какова вероятность, что в 2-х из отобранных проб уровень гемоглобина в норме; хотя бы в одной пробе недостаточный уровень гемоглобина?

Решение. Обозначим случайное событие: в 2-х пробах из 4-х отобранных уровень гемоглобина в норме, через A . Нужно найти вероятность этого события, т.е. $P(A)$ - ?

Будем искать $P(A)$ по классической формуле: m

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где n – общее число равновозможных элементарных исходов нашего испытания, а m – число элементарных исходов, при наступлении которых событие A обязательно наступит.

За элементарные исходы в нашей задаче выберем все возможные сочетания способов выбора 4-х проб из 10 имеющихся. Число таких исходов:

$$n = C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = 210$$

Число исходов m благоприятных для нашего события будет равно числу способов выбрать 2 пробы из 7 с нормальным уровнем гемоглобина,

умноженному на число способов выбрать 2 пробы из трех с низким уровнем гемоглобина:

$$m \square C_{72} \square C_{32} \square \frac{7!}{2! \cdot 5!} \frac{3!}{2! \cdot 1!} \square 126.$$

И вероятность искомого события $P(A)=0,6$.

Обозначим случайное событие: хотя бы в одной пробе недостаточный уровень гемоглобина, через В. Общее число исходов остаётся прежним 210, а число благоприятных исходов можно вычислить, если из общего числа вычесть число вариантов, когда все четыре пробы будут содержать нормальный уровень гемоглобина, т.о.

$$m \square n \square C_7^4 \square 210 \square \frac{7!}{4! \cdot 3!} \square 210 \square 35 \square 175,$$

а вероятность $P(B)=0,833$.

Задача 2. На опытном поле посеяли три семени, вероятность всхожести для них соответственно 0,8; 0,9 и 0,7. Какова вероятность, что взойдут ровно два семени; более одного семени?

Решение. Обозначим случайное событие - взойдут ровно два семени через А.

Для нахождения его вероятности введем события A_1, A_2, A_3 – соответственно взошло первое семя, второе, третье. Тогда наше событие А можно представить:

$$A \square A_1 \square A_2 \square A_3 \square A_1 \square A_3 \square A_2 \square A_2 \square A_3 \square A_1, \text{ где } \bar{A} \text{ означает}$$

противоположное событие к А

Каждые два слагаемых в этой сумме попарно несовместны, поэтому вероятность суммы будет равна сумме вероятностей, а так как каждое семя всходит или не всходит независимо от других, то для каждого слагаемого вероятность произведения будет равна произведению вероятностей. Т.о.:

$$p(A) = p(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + p(A_1 \cap A_3 \cap \overline{A_2}) + p(A_2 \cap A_3 \cap A_1) + p(A_1) \cap p(A_2) \cap p(A_3) + p(A_1) \cap p(A_3) \cap p(A_2) + p(A_2) \cap p(A_3) \cap p(A_1)$$

Вероятность противоположного события находим по формуле:

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A).$$

И получаем:

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0,7) + 0,8 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,9) + 0,9 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,8) = 0,398$$

Теперь найдем вероятность второго события: взойдут более чем одно семя (событие В). Иными словами, событие В состоит в том, что взойдут ровно два семени (событие А) или все три. Таким образом, событие В можно представить как сумму двух несовместных событий:

$$B = A \cap A_1 \cap A_2 \cap A_3,$$

а вероятность:

$$p(B) = p(A) \cap p(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + p(A) \cap p(A_1) \cap p(A_2) \cap p(A_3)$$

$$P(B) = 0,398 + 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,7 = 0,902$$

Задача 3. В трёх урнах содержатся белые и черные шары, причём в первой – 3 белых и 1 чёрный, во второй – 2 белых и 3 чёрных, в третьей – все шары белые. Из наугад выбранной урны наудачу выбирают 1 шар. Найти

вероятности следующих событий: 1) взятый шар окажется белым, 2) шар взят из третьей урны, если известно, что он оказался белым.

Решение. Выдвигаем 3 гипотезы: H_k - выбрана урна № k ($k = 1, 2, 3$); событие A - появление белого шара. $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$, т.к. нет причин отдать предпочтение какой-либо из урн. Условные вероятности события A при гипотезах H_1, H_2, H_3 : $P(A|H_1) = \frac{3}{4}$, $P(A|H_2) = \frac{2}{5}$, $P(A|H_3) = 1$. Найдём по формуле полной вероятности вероятность того, что взятый шар окажется белым: $P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{43}{60}$. По формуле Байеса определим вероятность того, что была выбрана третья урна, если известно, что взятый шар оказался белым:

$$P(H_3|A) = \frac{P(H_3)P(A|H_3)}{P(A)} = \frac{20}{43}$$

Задача 4. Игральная кость подброшена 10 раз. Найти наивероятнейшее число k выпадений единицы в этом случае и вероятность того, что единица выпадет k раз.

Решение. Число независимых повторных опытов $n = 10$. Событие A - выпадение единицы при одном подбрасывании, $p = P(A) = 1/6$, $q = 1 - p = 5/6$.

Составляем двойное неравенство: $\frac{1}{6} \cdot (10 - 1) \leq k \leq \frac{1}{6} \cdot (10 + 1)$, откуда $\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{11}{6}$.

Отсюда следует, что $k = 1$. По формуле Бернулли (4.1) находим

$$P(A) = C_{10,1} \cdot p^1 \cdot q^9 = C_{10,1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^9 = 10 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5^9}{6^9} = 0.323 \approx 6\%$$

Ниже приведены номера вариантов контрольных работ.

Варианты (выбираются по последней цифре зачётной книжки)

Вариант 1

- 1) Из десяти билетов 4 выигрышных. Приобретается четыре билета. Какова вероятность того, что: хотя бы один из них невыигрышный; не менее трёх выигрышных; все выигрышные?
- 2) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что не потребует наладки I станок, равна 0,9; II станок – 0,6; III станок – 0,7. Вычислить вероятность того, что только один станок потребует наладки: хотя бы один станок потребует наладки.
- 3) В первом ящике из 14 ламп 3 неисправны, во втором – из 10 ламп одна неисправная. Какова вероятность извлечь из наугад выбранного ящика исправную лампу?
- 4) Техническая система состоит из пяти узлов. Вероятность нарушения режима работы для каждого узла равна 0,2. Найти вероятность выхода из строя двух узлов системы; хотя бы одного узла; наименьшее число узлов, не вышедших из строя.

Вариант 2

- 1) Из урны, содержащей 5 белых и 4 черных шара, наугад извлекают три. Определить вероятность того, что среди них: ровно один чёрный; хотя бы один из них чёрный; все белые.
- 2) Изделие подвергается четырем видам испытаний. Вероятность того, что изделие выдержит первое испытание, равна 0,9; второе – 0,6; третье – 0,8; четвертое – 0,7. Найти вероятность того, что изделие выдержит более двух испытаний; хотя бы одно испытание.
- 3) В первой корзине 7 яблок и 9 груш, во второй – 2 яблока и 4 груш, в третьей – 11 яблок и 4 груши. Из наугад выбранной корзины взяли один фрукт. Найти вероятность того, что это груша. Какова вероятность того, что выбранная таким образом груша была в третьей корзине?
- 4) Вероятность того, что лампа останется исправной в течение месяца, равна 0,9. В коридоре поставили 5 новых ламп. Какова вероятность того, что из строя выйдут три лампы; останутся исправными менее 4-х ламп?

Вариант 3

- 1) Из колоды в 36 карт наудачу извлекают 5 карт. Найти вероятность того, что будут вынуты три туза; хотя бы один король; больше двух тузов.
- 2) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что потребует наладки I станок, равна 0,2; II станок – 0,3; III станок – 0,1. Вычислить вероятность того, что ровно один станок потребует наладки; хотя бы один станок потребует наладки, не менее двух потребуют наладки.
- 3) Литье в болванках поступает из двух цехов: из первого в пять раз больше, чем из второго цеха. При этом первый цех дает 5% брака, а второй – 4%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка не содержит дефекта.
- 4) Какова вероятность пять раз попасть в цель, если вероятность попадания равна 0,8 и производится 8 независимых выстрелов? Найти вероятность не менее 6 попаданий; наименьшее число попаданий.

Вариант 4

- 1) В урне 8 белых и 4 зеленых шара. Наудачу вынимают 5 шаров. Определить вероятность вынуть 4 белых и 1 зеленый шар; не менее двух белых; хотя бы один зелёный.
- 2) Производят независимые выстрелы по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Определить вероятность того, что мишень будет поражена только при шестом выстреле; будет сделано более пяти выстрелов.
- 3) На двух станках обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,02, для станка № 2 – 0,04. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое меньше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет дефектной.
- 4) В некотором обществе 4% дальтоников. Какова вероятность того, что среди 5 отобранных человек, будет хотя бы один дальтоник, не менее 3-х дальтоников, наименьшее число дальтоников?

Вариант 5

- 1) Из двадцати билетов выигрышными являются 6. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов: три выигрышных; хотя бы один выигрышный; не менее двух выигрышных.
- 2) По самолету производят три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,7; при втором – 0,8; при третьем – 0,9. Найти вероятность: хотя бы одного попадания, ровно одного попадания; более одного промаха.
- 3) В первой урне 3 белых и 7 черных шаров, во второй – 5 белых и 4 черных шара. Из первой урны во вторую наугад переложены два шара. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
- 4) Вероятность того, что стрелок попадет в «десятку», равна 0,7. Вычислить вероятность того, что при девяти выстрелах будет шесть попаданий в «десятку», хотя бы одно попадание в «десятку», наименьшее число попаданий в «десятку».

Вариант 6

- 1) В корзине 7 спелых и 8 неспелых апельсинов. Какова вероятность того, что среди выбранных наудачу 6-ти апельсинов 4 неспелых; хотя бы один неспелый; более половины спелых?
- 2) Производят независимые выстрелы до первого попадания. Определить вероятность того, что будет сделано ровно шесть выстрелов; менее пяти выстрелов; более пяти выстрелов, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8.
- 3) В первой урне 3 белых и 4 черных шара, во второй – 6 белых и 4 черных шара. Из первой урны во вторую наугад переложены 2 шара. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
- 4) В ралли участвует 10 машин. Вероятность выхода из соревнования каждой из них 0,1. Найти вероятность того, что к финишу придут более 8 машин.

Вариант 7

- 1) Из колоды в 36 карт наудачу извлекают четыре карты. Найти вероятность того, что среди них будет ровно два туза; хотя бы один туз; все карты будут разной масти.
- 2) Станция метрополитена оборудована тремя эскалаторами. Вероятность безотказной работы для первого эскалатора равна 0,6; для второго – 0,8; для третьего – 0,7. Найти вероятность того, что произойдет поломка одного эскалатора; произойдет поломка более одного эскалатора; хотя бы один эскалатор не выйдет из строя.
- 3) В первом ящике из 8 ламп 2 неисправных, во втором – из 10 ламп 2 неисправные. Какова вероятность того, что две извлеченные из наудачу выбранного ящика лампы окажутся исправными?
- 4) Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину равна 0,8. Произведено 11 бросков. Найти вероятность не менее 10 попаданий; наименьшее число попаданий и соответствующую вероятность.

Вариант 8

- 1) В цехе работают 8 мужчин и 4 женщины. Наудачу отобрали 4 человека. Какова вероятность того, что среди них ровно 3 женщины; хотя бы один мужчина; более половины - женщины?
- 2) Радист может трижды вызывать корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2; второй – 0,6; третий – 0,7. Если вызов принят, последующие вызовы не производятся. Найти вероятность того, что корреспондент не услышит вызов радиста.
- 3) В группе 5 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить норму равна для лыжника 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,75. Определить вероятность того, что наудачу выбранный спортсмен не выполнит норму.
- 4) Вероятность появления удачи в каждом из шести независимых опытов равна 0,7. Определить вероятность появления этого события хотя бы три раза, наименьшее число удач и соответствующую вероятность.

Вариант 9

- 1) На складе имеется 10 кинескопов, 6 из них изготовлены заводом N. Найти вероятность того, что среди 4-х наудачу взятых кинескопов: окажется не менее трёх, изготовленных заводом N, хотя бы один изготовлен заводом N.
- 2) По мишени производят три выстрела. Вероятности попадания в мишень при каждом выстреле соответственно равны 0,4; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что в мишени будут ровно одна пробоина; хотя бы одна пробоина; мишень не будет поражена.
- 3) На двух станках обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,07, для станка № 2 – 0,06. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое больше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет без дефекта.
- 4) В среднем 10% станков нуждаются в регулировке. Какова вероятность того, что из шести станков хотя бы один нуждается в регулировке?

Вариант 0

- 1) Из колоды карт (36 листов) вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что все они разных мастей; пиковой масти; одной масти.
- 2) При включении зажигания двигатель начинает работать с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что для ввода двигателя в работу придется включать зажигание не более трёх раз; более трёх раз.
- 3) В лаборатории 16 автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность выхода из строя автомата равна 0,05, а полуавтомата – 0,1. Найти вероятность того, что наудачу выбранная машина не выйдет из строя.
- 4) Станок изготавливает $\frac{2}{3}$ деталей первого сорта. Найти вероятность того, что из шести деталей: одна первого сорта; хотя бы одна первого сорта.

Контрольная работа №2 (случайные величины) **Пример**

решения контрольной работы:

Задача 1. В ящике 10 деталей, из которых 3 дефектных. Наугад извлекают 2 детали. Построить ряд распределения случайной величины \square - количества дефектных деталей среди извлечённых, а также функцию распределения, и ее график.

Решение. Случайная величина \square в данном случае принимает значения $x_i = i-1$, где $i = 1, 2, 3$. Вероятности $p_i = P(\square = x_i)$ того, что среди двух взятых деталей окажется ровно x_i дефектных, вычисляются в соответствии с

$$C_{3i} \square C_{10-i} \square i$$

классическим пределением вероятности по формуле $P(\square = x_i) \square \frac{\quad}{C_{10}}$, C_{10}

откуда получаем, что ряд распределения случайной величины X имеет вид

x_i	0	1	2
p_i	7/15	7/15	1/15

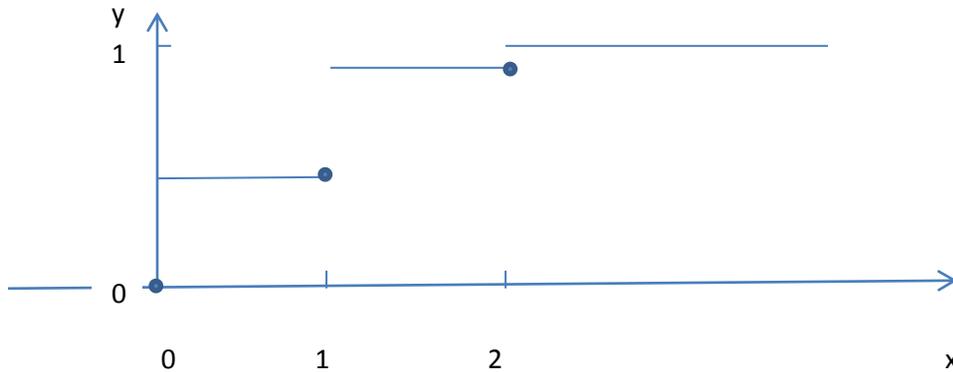
3

Отметим, что $\sum_{i=1}^3 p_i = 1$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 7/15, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 14/15, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \end{cases}$$



Задача 2. Дискретная случайная величина X имеет следующий ряд распределения:

x_i	-1	0	1	2
p_i	0.1	0.2	0.3	p_4

Найти значение p_4 , вычислить MX и DX
и MX^2 и DX^2 , если $7 \leq 6$

Решение. Учитывая, что $\sum_{i=1}^4 p_i = 1$, находим

$$p_4 = 1 - (p_1 + p_2 + p_3) = 0.4.$$

$$M = 1 \cdot 0.1 + 0 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.4 = 1;$$

$$D = (1)^2 \cdot 0.1 + 0^2 \cdot 0.2 + 1^2 \cdot 0.3 + 2^2 \cdot 0.4 - 1^2 = 1;$$

$$M^2 = 7 \cdot 1 = 6;$$

$$D = 0 + 6^2 = 36$$

Задача 3. Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:

$$= 0, \text{ при } x < 0$$

$$f(x) = \begin{cases} ax^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

$$= 0, \text{ при } x > 2$$

- найти коэффициент a ;
- найти функцию распределения;
- построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить M и D .

Решение. Параметр a находим из правила нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1;$$

$$\int_0^2 ax^3 dx = \int_0^2 a \cdot \frac{x^4}{4} dx = \frac{a}{4} \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{a}{4} \cdot \frac{16}{4} = a = 1;$$

$$a = 0.25$$

Функция распределения на участке $x < 0$:

x

x

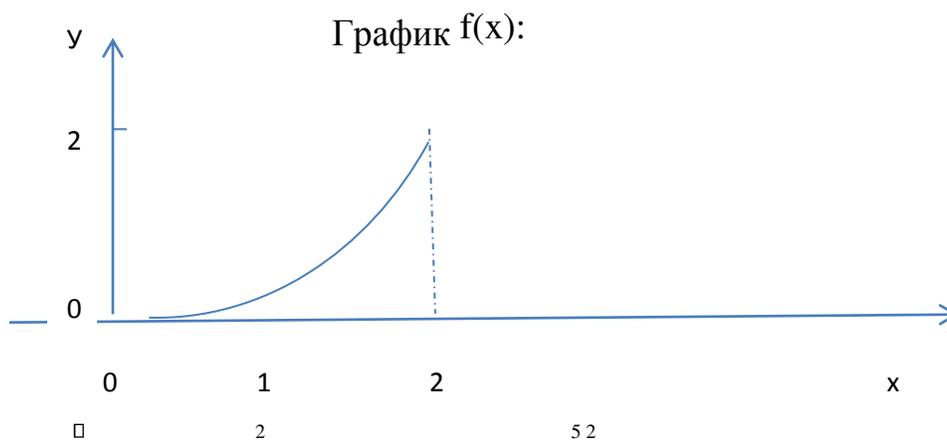
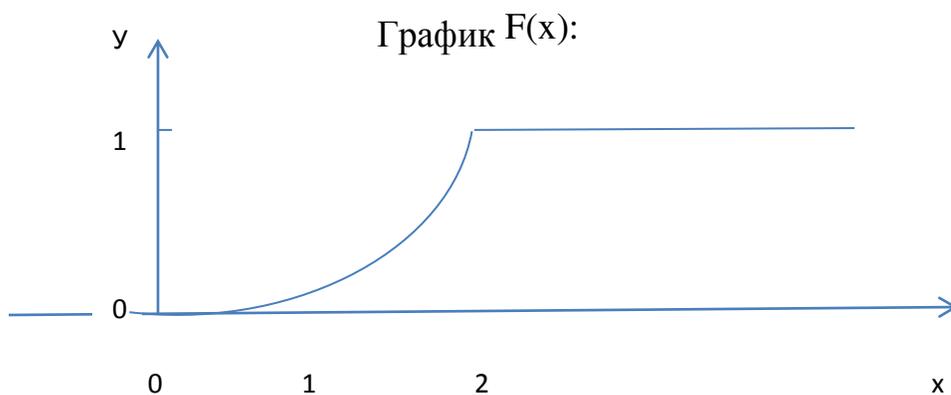
$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x 0 dt = 0$ на участке от 0 до

2 -х, включая границы: $F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x 0 dt = 0$ —

$\int_0^x 0 dt = \int_0^x 0.25 t^3 dt = 0.25 \int_0^x t^3 dt = 0.25 \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_0^x = \frac{1}{16} x^4$ и при $x >$

$2: \int_0^x 0.25 t^3 dt = 0.25 \int_0^2 t^3 dt + \int_2^x 0 dt = 0.25 \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_0^2 + 0 = 1$

$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x 0 dt = 0$ и $\int_0^x 0.25 t^3 dt$



$$\int_0^2 dx = 0.25 \int_0^2 x^3 dx = 1.6;$$

$$M = \int_0^5 x f(x) dx = \int_0^5 x \cdot 0.25 x^2 dx = 0.25 \int_0^5 x^3 dx = 0.25 \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^5 = 0.25 \cdot \frac{625}{4} = 39.0625$$

$$D = \int_0^5 x^2 f(x) dx - (M)^2 = \int_0^5 x^2 \cdot 0.25 x^2 dx - (39.0625)^2 = 0.25 \int_0^5 x^4 dx - 1526.09375 = 0.25 \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_0^5 - 1526.09375 = 0.25 \cdot \frac{3125}{5} - 1526.09375 = 156.25 - 1526.09375 = -1369.84375$$

$$\int_0^5 x^2 f(x) dx = (M)^2 + \int_0^5 x^2 \cdot 0.25 x^2 dx = 1.6^2 + 0.25 \int_0^5 x^4 dx = 2.56 + 0.107 = 2.667$$

Задача 4. С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=4$ и $\sigma=2$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(3 < \xi < 4)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

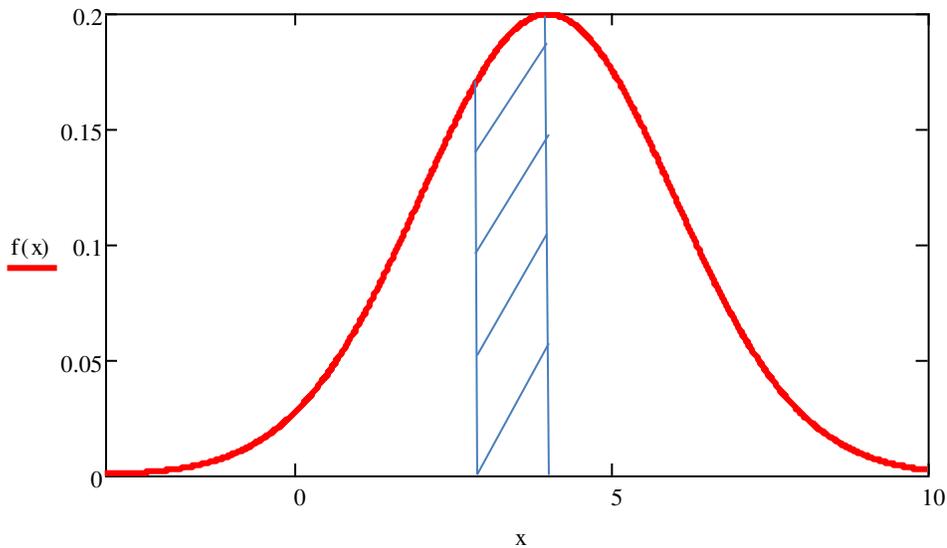
Решение. $(x-4)^2$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2} e^{-\frac{(x-4)^2}{8}}$$

Вероятность попадания в интервал:

$$P(3 < \xi < 4) = \int_3^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2} e^{-\frac{(x-4)^2}{8}} dx \approx 0.191$$

График $f(x)$:



Варианты (выбираются по последней цифре зачётной книжки)

Вариант 1

- В корзине 10 яблок, причем 6 из них красные. Наудачу выбирают 2 яблока. $\square\square$ число красных яблок, среди отобранных. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.
- Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	-2	-1	0	3
p_i	0,1	p	0,4	0,2

- вычислить p , M и D ;
 - вычислить M и D , если $\square\square 5\square 4\square$.
- Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 2 \\ \square & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 2\square x, & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \\ \square & \end{cases}$$

- найти функцию распределения;
 - построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить M ;
 - вычислить вероятность попадания \square в интервал $\square 0; 0,5\square$.
- С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-30$ и $\sigma=5$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi > -35)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 2

- Производится 3 выстрела по мишени, вероятность попадания при каждом выстреле $2/3$. $\square\square$ число попаданий в мишень. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти M , D .
- Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	-1	1	4
p_i	0,3	0,3	p

- вычислить p , M и D ;
 - вычислить M и D , если $\square\square\square 2\square 5\square$.
- Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2 \\ \square a \sin x, & \text{при } 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3 \\ \square & \end{cases}$$

- найти коэффициент a ;
 - найти функцию распределения;
 - построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить вероятность попадания \square в интервал $\square \frac{7}{3}; \frac{9}{4} \square$.
- С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=20$ и $\sigma=10$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi > 10)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 3

2) Стрелок стреляет по мишени до первого попадания или пока не израсходует 4 патрона. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. $\square\square$ число израсходованных патронов.

Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.

3) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	p	0,3	0,1	0,2

а) вычислить p , M и D ;

б) вычислить M и D , если $\square\square\square 2\square 5\square$.

4) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:

$\square 0$, при $x \square 0$

$f \square x \square \square \square ax^5$, при $0 \square x \square 3$

$\square 0$, при $x \square 3$

\square

а) найти коэффициент a ;

б) найти функцию распределения;

в) построить графики $f \square x \square$, $F \square x \square$;
вычислить M и D .

5) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-1$ и $\sigma=1$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(-2 < \xi < 0)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 4

1) В ралли участвуют 4 машины. Вероятность выхода из соревнований в результате поломки для каждой машины равна 15. $\square\square$ число машин, вышедших из соревнования. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти M , D .

2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	1	3	5
p_i	0,2	p	0,4

а) вычислить p , M и D ;

б) вычислить M и D , если $\square\square\square 4\square 3\square$.

3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:

$\square 0$, при $x \square \square_2 /$

$f \square x \square \square \square a \cos x$, при $\square_2 \square x \square \square$

$\square 0$, при $x \square \square$

\square

а) найти коэффициент a ;

б) найти функцию распределения;

в) построить графики $f \square x \square$, $F \square x \square$;
вычислить M .

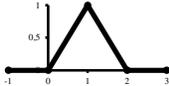
4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-4$ и $\sigma=2$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi < -2)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 5

- 1) Караван из 3-х судов пересекает минное поле, вероятность подрыва для каждого из судов считается равной 0,1. n — число взорвавшихся судов. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти M , D .
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	-3	0	4
p_i	0,1	0,4	p

- а) вычислить p , M и D ;
 - б) вычислить M и D , если $n=7$.
- 3) Плотность вероятности случайной величины имеет вид:



- а) найти аналитическое выражение для $f(x)$; найти функцию распределения и построить ее график;
 - б) вычислить M и вероятность попадания X в интервал $[0,5; 3]$.
- 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-7$ и $\sigma=3$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(-7 < \xi < -4)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 6

- 1) Из колоды карт выбирают 4 карты. n — число пиковых карт среди отобранных. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	2	4	8
p_i	0,1	0,3	p	0,1

- а) вычислить p , M и D ;
 - б) вычислить M и D , если $n=6$.
- 3) Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$0, \text{ при } x \leq 0$$

$$F(x) = \int_0^x ax^5, \text{ при } 0 \leq x \leq 2$$

$$1, \text{ при } x \geq 2$$

- а) найти коэффициент a и плотность вероятности;
 - б) построить графики $f(x)$, $F(x)$;
 - с) вычислить M и D ;
 - д) вычислить вероятность попадания X в интервал $[1; 2]$.
- 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-3$ и $\sigma=6$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(-3 < \xi < 3)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 7

- 1) 3 кольца бросается на колышек до первого попадания. Вероятность попадания при каждом броске равна 0,4. \square число промахов. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	2	4	6
p_i	p	0,1	0,6

- a) вычислить p , M и D ;
- b) вычислить M и D , если $\square\square5\square6\square$.
- 3) Плотность вероятности случайной величины имеет вид:



- a) найти аналитическое выражение для $f(x)$;
- b) найти функцию распределения и построить ее график; вычислить M ;
- c) вычислить вероятность попадания \square в интервал $\square0;1,5\square$.
- 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=10$ и $\sigma=10$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(0 < \xi < 40)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 8

- 1) Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график числа появлений герба при четырех подбрасываниях монеты. Найти M , D .
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	1	5	7
p_i	0,2	0,2	p	0,3

- a) вычислить p , M и D ;
- b) вычислить M и D , если $\square\square5\square5\square$.
- 3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:
- $\square 0$, при $x \square 2$
- $f(x) = \square\square \square / 2$, при $2 \square x \square 4$
- $\square 0$, при $x \square 4$
- \square
- a) найти функцию распределения;
- b) построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить M и D ;
- c) вычислить вероятность попадания \square в интервал $\square2; 3\square$.
- 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-20$ и $\sigma=20$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi > 0)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 9

- 1) На складе имеется 5 принтеров, 3 из них изготовлены фирмой HP. Наудачу взято 2 принтера. \square число взятых принтеров, изготовленных фирмой HP. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	p	0,2

- a) вычислить p , M и D ;
 - b) вычислить M и D , если $\square\square\square2\square5\square$.
- 3) Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$\square 0, \text{ при } x \square 2$$

$$F \square x \square \square \square \square x \square 2 \square^2, \text{ при } 2 \square x \square 3$$

$$\square 1, \text{ при } x \square 3$$

$$\square$$
 - a) найти плотность вероятности; построить графики $f \square x \square$, $F \square x \square$; вычислить M и D ;
 - b) вычислить вероятность попадания \square в интервал $\square 2,1; 2,4 \square$.
 - 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=0$ и $\sigma=2$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(-2 < \xi < 4)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Вариант 0

- 1) Вероятность того, что лампа останется исправной равна 0,7. В коридоре поставили 3 новых лампы. \square число ламп, оставшихся исправными. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти M , D .
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	2	4
p_i	0,1	0,6	p

- a) вычислить p , M и D ;
 - b) вычислить M и D , если $\square\square4\square2\square$.
- 3) Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$\square 0, \text{ при } x \square 0$$

$$/ \square x^2 8, \text{ при } 0 \square x \square 2$$

$$F \square x \square \square \square$$

$$\square \square 1,5, \text{ при } 2 \square x \square 2,5$$

$$\square \square 1, \text{ при } x \square 2,5$$
 - a) найти плотность вероятности;
 - b) построить графики $f \square x \square$, $F \square x \square$; вычислить M
 - c) вероятность попадания \square в интервал $\square 1; 3 \square$.
 - 4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-10$ и $\sigma=5$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(-20 < \xi < 0)$, соответствующую область под графиком заштриховать.

Контрольная работа №3 (математическая статистика)

Пример решения контрольной работы:

Дана выборка: 8;4;3;4;6;9;7;2;2;9;4;3;3;5;7;7;2;7;3;3;5;6;6;4;8.

По результатам обследования выборки определить:

- a) величину, которую следует принять за среднюю генеральной совокупности;
- b) величину, которую следует принять за дисперсию генеральной совокупности;

в) доверительный интервал для генеральной средней, если доверительная вероятность $\beta = 0,95$.

Выборка значений случайной величины:

Решение.

За оценку средней генеральной совокупности принимают среднее выборочное значение:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{8 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 2 + 2 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 8}{25} = 5.08$$

За оценку дисперсии обычно принимают *исправленную дисперсию*:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{X}^2}{n-1} = \frac{8^2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 4 + 6^2 \cdot 9 + 7^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 9 + 4^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 5 + 7^2 \cdot 7 + 2^2 \cdot 7 + 3^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 6 + 6^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 8 - 25 \cdot 5.08^2}{24} = 4.993$$

Для упрощения обычно выборку ранжируют, распределяя значения в порядке возрастания:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x _i	2	3	4	5	6	7	8	9
n _i	3	5	4	2	3	4	2	2

Тогда вычисление оценок упрощается:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 2}{25} = 5.08$$

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{X}^2}{n-1} = \frac{2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 4^2 + 5 \cdot 2^2 + 6 \cdot 3^2 + 7 \cdot 4^2 + 8 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2^2 - 25 \cdot 5.08^2}{24} = 4.993$$

Для построения интервальной оценки найдем оценку среднего квадратичного отклонения:

$$D = \sqrt{4.993} = 2.2345$$

А оценка среднего квадратичного отклонения для

\bar{X} меньше в $n\sqrt{K}$ Коэффициент, необходимый для построения доверительного интервала, в предположении, что мы имеем дело с распределением Стьюдента, зависит от числа степеней свободы (в нашем случае $n-1=24$) и от заданной доверительной вероятности 0.95. По соответствующим таблицам можно найти его значение, что в нашем случае составляет 2.064, т.о. с вероятностью 0.95 генеральное среднее будет в пределах:

$$5.08 \pm 2.064 \cdot \frac{2.2345}{\sqrt{25}} \quad \text{или} \quad 5.08 \pm 2.064 \cdot \frac{2.2345}{\sqrt{25}}$$

или $4.16 \leq M \leq 6.00$

Варианты:

№	Выборочные значения																								
1	3	9	6	2	5	7	6	6	3	3	4	8	8	5	2	4	3	4	8	8	6	5	8	9	2
2	6	6	6	8	9	9	5	4	4	8	2	5	5	6	6	5	9	8	9	3	6	8	7	5	9
3	4	7	9	4	3	3	7	6	9	6	6	8	6	2	8	3	5	2	2	4	3	7	5	8	4

4	6	8	3	3	7	8	6	5	9	2	2	4	8	5	9	2	5	9	2	2	4	2	8	8	6
5	2	7	4	4	6	9	8	9	4	5	6	3	2	6	2	6	8	4	2	6	8	9	3	5	8
6	6	3	7	9	3	8	7	8	2	9	3	3	8	9	7	5	5	8	7	5	2	3	6	9	9
7	2	5	5	4	2	6	4	9	2	7	2	6	2	9	2	8	9	7	6	4	6	8	7	9	2
8	3	8	9	6	2	5	5	2	2	8	4	9	4	2	3	2	6	5	2	3	4	3	5	4	7
9	4	9	4	3	9	5	4	3	4	2	4	2	8	7	7	5	7	7	6	5	3	2	4	2	5
0	8	7	5	8	4	2	6	6	9	3	9	6	7	8	6	7	3	2	5	3	2	8	4	6	8

По результатам обследования выборки определить:

- а) величину, которую следует принять за среднюю генеральной совокупности;
- б) величину, которую следует принять за дисперсию генеральной совокупности;
- в) доверительный интервал для генеральной средней, если доверительная вероятность $\beta = 0,95$.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 135955613336665976574499022560335136778487908085

Владелец Сурнин Руслан Валерьевич

Действителен с 19.06.2023 по 18.06.2024