

Алгебра

8
класс



8

класс

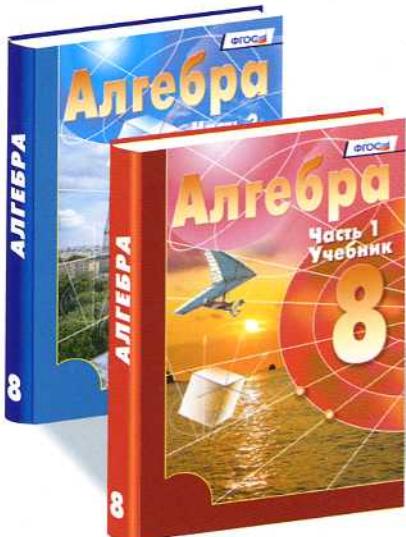
ЭКЗАМЕН

M. A. Попов

Контрольные и самостоятельные работы по алгебре

*К учебнику А. Г. Мордковича
«Алгебра. 8 класс»*

- ♦ Разноуровневые задания
- ♦ 34 самостоятельные работы в двух вариантах
- ♦ 6 контрольных работ в четырех вариантах
- ♦ Ответы



ФГОС

УМК

Учебно-методический комплект

М. А. Попов

Контрольные и самостоятельные работы по алгебре

К учебнику А. Г. Мордковича
«Алгебра. 8 класс» (М. : Мнемозина)

8
класс

*Рекомендовано
ИСМО Российской Академии Образования*

Издание шестое, переработанное и дополненное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2016

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

П58

Изображения учебных изданий: «Алгебра. 8 кл.: в двух частях. Ч. 1: учебник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович. — М. : Мнемозина» и «Алгебра. 8 кл.: Ч. 2; задачник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская. — М. : Мнемозина» приведены на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Попов М. А.

П58 Контрольные и самостоятельные работы по алгебре: 8 класс: к учебнику А. Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс». ФГОС (к новому учебнику) / М. А. Попов. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2016. — 63, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-09575-0

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие является необходимым дополнением к школьному учебнику А. Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс», рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников. Оно содержит материалы для контроля и оценки качества подготовки учащихся по алгебре.

Представлены 34 самостоятельные работы, каждая в двух вариантах, так что при необходимости можно проверить полноту знаний учащихся после любой пройденной темы; 6 контрольных работ приведены в четырех вариантах, что дает возможность максимально точно оценить знания каждого ученика.

Пособие адресовано учителям, будет полезно учащимся при подготовке к урокам, контрольным и самостоятельным работам.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

Подписано в печать 09.06.2015. Формат 60x90/16. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 0,99. Усл. печ. л. 4,0. Тираж 10 000. Заказ № 926.

ISBN 978-5-377-09575-0

© Попов М. А., 2016

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ	7
К главе 1. Алгебраические дроби	7
<i>Самостоятельная работа № 1. Основные понятия...</i>	7
<i>Самостоятельная работа № 2. Основное свойство алгебраической дроби</i>	8
<i>Самостоятельная работа № 3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями</i>	9
<i>Самостоятельная работа № 4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями</i>	10
<i>Самостоятельная работа № 5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возвведение алгебраической дроби в степень</i>	11
<i>Самостоятельная работа № 6. Преобразование рациональных выражений.....</i>	12
<i>Самостоятельная работа № 7. Первые представления о рациональных уравнениях</i>	13
<i>Самостоятельная работа № 8. Степень с отрицательным целым показателем.....</i>	14
К главе 2. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня	15
<i>Самостоятельная работа № 9.</i>	15
Рациональные числа.....	15
<i>Самостоятельная работа № 10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа.....</i>	16
<i>Самостоятельная работа № 11.</i>	16
Иррациональные числа	16
<i>Самостоятельная работа № 12.</i>	17
Множество действительных чисел	17
<i>Самостоятельная работа № 13. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график</i>	17
<i>Самостоятельная работа № 14.</i>	
Свойства квадратных корней	18

<i>Самостоятельная работа № 15.</i> Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня.....	19
<i>Самостоятельная работа № 16.</i> Модуль действительного числа	20
К главе 3. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$	21
<i>Самостоятельная работа № 17.</i> Функция $y = kx^2$, ее свойства и график	21
<i>Самостоятельная работа № 18.</i> Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график	22
<i>Самостоятельная работа № 19.</i> Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$	23
<i>Самостоятельная работа № 20.</i> Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	24
<i>Самостоятельная работа № 21.</i> Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	25
<i>Самостоятельная работа № 22.</i> Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график.	
Графическое решение квадратных уравнений	26
К главе 4. Квадратные уравнения	27
<i>Самостоятельная работа № 23.</i> Квадратные уравнения. Основные понятия	27
<i>Самостоятельная работа № 24.</i> Формулы корней квадратных уравнений.....	28
<i>Самостоятельная работа № 25.</i>	
Рациональные уравнения	29
<i>Самостоятельная работа № 26.</i>	
Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций.....	30
<i>Самостоятельная работа № 27.</i> Теорема Виета	31
<i>Самостоятельная работа № 28.</i>	
Иррациональные уравнения	31

К главе 5. Неравенства	32
<i>Самостоятельная работа № 29.</i>	
Свойства числовых неравенств	32
<i>Самостоятельная работа № 30. Исследование</i>	
функций на монотонность	33
<i>Самостоятельная работа № 31.</i>	
Решение линейных неравенств.....	34
<i>Самостоятельная работа № 32.</i>	
Решение квадратных неравенств	35
<i>Самостоятельная работа № 33. Приближенные</i>	
значения действительных чисел.....	36
<i>Самостоятельная работа № 34.</i>	
Стандартный вид числа	36
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ.....	37
К главе 1. Алгебраические дроби	37
<i>Контрольная работа № 1. Основные понятия.</i>	
Основное свойство алгебраической дроби. Сложение и	
вычитание алгебраических дробей с одинаковыми	
знаменателями. Сложение и вычитание	
алгебраических дробей с разными знаменателями.	
Умножение и деление алгебраических дробей.	
Возведение алгебраической дроби в степень.	
Преобразование рациональных выражений. Первые	
представления о рациональных уравнениях. Степень	
с отрицательным целым показателем.....	37
К главе 2. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного	
корня	40
<i>Контрольная работа № 2. Рациональные числа.</i>	
Понятие квадратного корня из неотрицательного	
числа. Иррациональные числа. Множество	
действительных чисел. Функция $y = \sqrt{x}$,	
ее свойства и график. Свойства квадратных корней.	
Преобразование выражений, содержащих операцию	
извлечения квадратного корня. Модуль	
действительного числа	40

К главе 3. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$	42
<i>Контрольная работа № 3. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график. Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график. Графическое решение квадратных уравнений.....</i>	42
К главе 4. Квадратные уравнения	45
<i>Контрольная работа № 4. Основные понятия. Формулы корней квадратных уравнений. Рациональные уравнения. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций. Еще одна формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Иррациональные уравнения</i>	45
К главе 5. Неравенства	47
<i>Контрольная работа № 5. Свойства числовых неравенств. Исследование функций на монотонность. Решение линейных неравенств. Решение квадратных неравенств</i>	47
<i>Контрольная работа № 6. Множество рациональных чисел. Иррациональные числа. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа. Приближенные значения действительных чисел. Стандартный вид числа</i>	49
ОТВЕТЫ	51

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К главе 1. Алгебраические дроби

Самостоятельная работа № 1.

Основные понятия

Вариант 1

1. При каких значениях переменной не имеет смысла алгебраическая дробь $\frac{2x^2 + 22}{3 - x}$?
2. Найдите значение алгебраической дроби:
 - a) $\frac{x+1}{x}$ при $x = 1$;
 - б) $\frac{y^4 - 2x^2}{3x + y}$ при $x = 1$, $y = -1$.
3. Зная, что $\frac{y - 3x}{x} = 1$, найдите значение выражения $\frac{x}{y} + \frac{2y + 3x}{5x}$.

Вариант 2

1. При каких значениях переменной не имеет смысла алгебраическая дробь $\frac{x^2 - 14}{5 - x}$?
2. Найдите значение алгебраической дроби:
 - a) $\frac{2x - 3}{2x}$ при $x = 0,5$;
 - б) $\frac{y^3 + x}{2x - y^2}$ при $x = 2$, $y = 1$.
3. Зная, что $\frac{x + 2y}{2x} = 3$, найдите значение выражения $\frac{x}{y} - \frac{x - y}{3x}$.

Самостоятельная работа № 2.
Основное свойство алгебраической дроби

Вариант 1

1. Сократите дробь:

a)
$$\frac{21a^2(b-a)}{14ab(a-b)};$$

б)
$$\frac{125x^2y^3}{15x^3y^4}.$$

2. Приведите дроби $\frac{2a-b}{a^2-b^2}$ и $\frac{4}{2a+2b}$ к общему знаменателю.

3. Найдите значение дроби $\frac{x-3y}{6x^2-54y^2}$, если $x+3y = \frac{1}{4}$.

Вариант 2

1. Сократите дробь:

a)
$$\frac{16a^2(a+b)}{8ab(b+a)};$$

б)
$$\frac{27x^3y}{6y^2x^4}.$$

2. Приведите дроби $\frac{a-2b}{b^2-a^2}$ и $\frac{5b}{4a-4b}$ к общему знаменателю.

3. Найдите значение дроби $\frac{2x+8y}{x^2-16y^2}$, если $4y-x = \frac{1}{5}$.

Самостоятельная работа № 3.

Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

Вариант 1

1. Выполните действие:

a) $\frac{2x+y}{7} - \frac{2x}{7};$

б) $\frac{23a^2}{a+b} + \frac{b^2}{a+b}.$

2. Упростите выражение:

$$\frac{x^2}{x(x-3)} + \frac{9}{x(3-x)}.$$

3. Найдите все натуральные значения n , при которых дробь $\frac{24-2n}{n}$ является натуральным числом.

Вариант 2

1. Выполните действие:

a) $\frac{x+3y}{5} - \frac{3y}{5};$

б) $\frac{2a^2}{b-a} - \frac{b^2}{b-a}.$

2. Упростите выражение:

$$\frac{x^2}{(4-x)x} + \frac{16}{(x-4)x}.$$

3. Найдите все натуральные значения n , при которых дробь $\frac{13-3n}{n}$ является натуральным числом.

Самостоятельная работа № 4.
Сложение и вычитание алгебраических дробей
с разными знаменателями

Вариант 1

1. Выполните действие:

a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{11};$

б) $\frac{3x}{5} - \frac{2y}{7}.$

2. Упростите выражение: $\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2 - 4}.$

3. Упростите выражение:

$$\frac{a-3}{a^2 + 3a + 9} + \frac{9a}{a^3 - 27} - \frac{1}{a-3}.$$

Вариант 2

1. Выполните действие:

a) $\frac{1}{7} + \frac{3}{14};$

б) $\frac{2x}{3} - \frac{3y}{5}.$

2. Упростите выражение: $\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9}.$

3. Упростите выражение:

$$\frac{a-4}{a^2 + 4a + 16} + \frac{12a}{a^3 - 64} - \frac{1}{a-4}.$$

Самостоятельная работа № 5.
Умножение и деление алгебраических дробей.
Возведение алгебраической дроби в степень

Вариант 1

1. Выполните действия:

а) $\frac{2}{x} \cdot \frac{x^2y}{4}$;

б) $\frac{2mn^2}{p} : \left(\frac{mn}{p} \right)^2$;

в) $\frac{32m^2}{n^3} \cdot \left(\frac{n}{2m} \right)^5$.

2. Упростите выражение: $\frac{z^2 - 16}{z^2 + 4z} \cdot \left(\frac{z}{z - 4} \right)^2$.

3. Найдите значение выражения $\frac{2xy^2}{3x - y} : \frac{xy^3}{9x^2 - y^2} \cdot \frac{2y}{3x + y}$
при $x = -1,034$, $y = 2,375$.

Вариант 2

1. Выполните действия:

а) $\frac{3}{x} \cdot \frac{yx^2}{6}$; б) $\frac{mn}{p^2} : \left(\frac{2mn}{p} \right)^2$; в) $\frac{16m^3}{n^4} \cdot \left(\frac{n}{2m} \right)^4$.

2. Упростите выражение: $\frac{z^2 - 25}{z^2 + 5z} \cdot \left(\frac{z}{z - 5} \right)^2$.

3. Найдите значение выражения $\frac{xy}{x - 2y} : \frac{x^2y^2}{x^2 - 4y^2} \cdot \frac{xy}{x + 2y}$
при $x = 2,342$, $y = -11,044$.

Самостоятельная работа № 6.
Преобразование рациональных выражений

Вариант 1

1. Упростите выражение: $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \cdot \frac{y}{x+y} - 1$.
2. Упростите выражение:
$$\left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2 + 2ab + b^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2}\right).$$
3. Докажите тождество:
$$\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{2x}{x^2-4}\right) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = \frac{2}{x^2-x}.$$

Вариант 2

1. Упростите выражение: $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \cdot \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2} - xy$.
2. Упростите выражение:
$$\left(\frac{2ab}{a^3 - b^3} + \frac{a-b}{a^2 + ab + b^2}\right) : \frac{a^2 + b^2}{a-b}.$$
3. Докажите тождество:
$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) : \frac{x-1}{x} - \frac{1}{x} + \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} = \frac{4x}{x^2-4}.$$

Самостоятельная работа № 7.

Первые представления о рациональных уравнениях

Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$\frac{3-x}{3} + \frac{2x}{15} = 2 .$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{2x-3}{5} + \frac{3x}{10} - \frac{1-2x}{3} = 2x - 1 .$$

3. Решите уравнение:

$$\frac{3x^2 - 6}{2(x+1)} = x - 1 .$$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

$$\frac{2-x}{2} + \frac{3x}{5} = 4 .$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{2x-1}{2} + \frac{5x}{6} - \frac{1-x}{3} = 3x - 2 .$$

3. Решите уравнение:

$$\frac{3x^2 - 17}{x-2} = 2x + 4 .$$

Самостоятельная работа № 8.
Степень с отрицательным целым показателем

Вариант 1

1. Представьте число $\frac{1}{64}$ в виде степени некоторого про-
стого числа.
2. Найдите значение выражения
 $(-0,5)^{-3} \cdot (4)^{-1} + 3$.
3. Упростите выражение:
$$(a - a^{-1}) \cdot \frac{(a - 1)^{-1}}{a^{-1}} - 1$$
.

Вариант 2

1. Представьте число $\frac{1}{81}$ в виде степени некоторого про-
стого числа.
2. Найдите значение выражения
 $(-0,5)^{-4} \cdot 2^{-3} - 1$.
3. Упростите выражение:
$$(a^2 - a^{-2}) \cdot \frac{(a^2 + 1)^{-1}}{a^{-2}} + 1$$
.

**К главе 2. Функция $y = \sqrt{x}$.
Свойства квадратного корня**

**Самостоятельная работа № 9.
Рациональные числа**

Вариант 1

1. Установите, являются ли следующие высказывания истинными:
 - a) $\frac{2}{7} \notin \mathbb{N}$;
 - б) $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$;
 - в) $\frac{3}{11} \notin \mathbb{Q}$.
2. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{23}{9}$.
3. Представьте в виде обыкновенной дроби 1,(03).

Вариант 2

1. Установите, являются ли следующие высказывания истинными:
 - a) $\frac{1}{3} \in \mathbb{N}$;
 - б) $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$;
 - в) $\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}$.
2. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{11}{15}$.
3. Представьте в виде обыкновенной дроби 0,11(36).

Самостоятельная работа № 10.

Понятие квадратного корня из неотрицательного числа

Вариант 1

1. Вычислите: а) $\sqrt{196}$; б) $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{0,81}$.
2. Решите уравнение: $3x^2 - 2 = 2x^2 + 11$.
3. Между какими двумя последовательными целыми числами заключено число $-\sqrt{74}$?

Вариант 2

1. Вычислите: а) $\sqrt{289}$; б) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,64}$.
2. Решите уравнение: $x^2 - 14 = 2x^2 - 24$.
3. Между какими двумя последовательными целыми числами заключено число $-\sqrt{53}$?

Самостоятельная работа № 11.

Иррациональные числа

Вариант 1

1. Сравните числа $-\sqrt{50}$ и $-7,1$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}}$.
3. Найдите значение выражения: $(\sqrt{27} + \sqrt{6} + \sqrt{24} - 3\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3})^2$.

Вариант 2

1. Сравните числа $-\sqrt{17}$ и $-4,5$.
2. Найдите значение выражения: $\frac{1}{6+2\sqrt{5}} + \frac{1}{6-2\sqrt{5}}$.
3. Найдите значение выражения: $(\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{7})^2$.

Самостоятельная работа № 12.
Множество действительных чисел

Вариант 1

- Сравните числа $0,57$ и $\frac{4}{9}$.
- Сравните числа x и y , если $x + \sqrt{7} = y + 3$.
- Расположите в порядке возрастания числа $1,5$; $\sqrt{3}$;
 $\frac{\pi}{2}$; $\frac{8}{5}$.

Вариант 2

- Сравните числа $0,6$ и $\frac{5}{9}$.
- Сравните числа x и y , если $x + \sqrt{11} = y + 3$.
- Расположите в порядке возрастания числа
 $3,1$; $\frac{16}{5}$; π ; $\sqrt{10} + \frac{1}{5}$.

Самостоятельная работа № 13.
Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график

Вариант 1

- Постройте график функции $y = -\sqrt{x+1} + 2$.
- Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sqrt{x-1} + 1$ на отрезке $[2; 5]$.
- Решите графически уравнение $\sqrt{x+1} = x+1$.

Вариант 2

- Постройте график функции $y = 3 - \sqrt{x+2}$.
- Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2 + \sqrt{x+1}$ на отрезке $[0; 8]$.
- Решите графически уравнение $\sqrt{x-2} = x-2$.

Самостоятельная работа № 14.
Свойства квадратных корней

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sqrt{0,04 \cdot 16}$;

б) $\sqrt{\frac{289}{625}}$.

2. Найдите значение числового выражения $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{208}}$.

3. Вычислите: $\frac{\sqrt{85^2 - 84^2}}{\sqrt{36}} - \frac{1}{6}$.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sqrt{0,25 \cdot 25}$;

б) $\sqrt{\frac{144}{289}}$.

2. Найдите значение числового выражения $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}}$.

3. Вычислите: $\frac{\sqrt{61^2 - 60^2}}{\sqrt{25}} - \frac{1}{5}$.

Самостоятельная работа № 15.
Преобразование выражений, содержащих операцию
извлечения квадратного корня

Вариант 1

1. Упростите выражение:

a) $\sqrt{\frac{4}{9}a^8b^4}$;

б) $\sqrt{x} - 2\sqrt{y} + 3\sqrt{x} - \sqrt{y} - 4\sqrt{x}$.

2. Вынесите общий множитель за скобки:

$\sqrt{8} + 3\sqrt{6} - \sqrt{14}$.

3. Вычислите: $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + 1$.

Вариант 2

1. Упростите выражение:

a) $\sqrt{\frac{16a^2b^4}{25c^6}}$;

б) $2\sqrt{x} + \sqrt{4y} - 3\sqrt{y} - \sqrt{y} - \sqrt{x}$.

2. Вынесите общий множитель за скобки:

$\sqrt{6} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12}$.

3. Вычислите: $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - 4$.

Самостоятельная работа № 16.
Модуль действительного числа

Вариант 1

1. Найдите:
 - а) $|-5,5|$;
 - б) $|\sqrt{3} - 2|$;
 - в) $|5 - \sqrt{3}|^2$.
2. Постройте график функции:
 $y = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$.
3. Решите уравнение:
 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = x - 4$.

Вариант 2

1. Найдите:
 - а) $|-4,8|$;
 - б) $|\sqrt{8} - 3|$;
 - в) $|4 - \sqrt{3}|^2$.
2. Постройте график функции:
 $y = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$.
3. Решите уравнение:
 $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5 - x$.

К главе 3. Квадратичная функция.

$$\text{Функция } y = \frac{k}{x}$$

Самостоятельная работа № 17. Функция $y = kx^2$, ее свойства и график

Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = -x^2$
 - а) на отрезке $[-1; 2]$;
 - б) на луче $(-\infty; -1]$.
2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} y = -3x^2 \\ y = 3x. \end{cases}$$
3. При каких значениях аргумента выполняется равенство $f(x - 2) = f(x + 1)$, если $f(x) = -2x^2$?

Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2x^2$
 - а) на отрезке $[-2; 1]$;
 - б) на луче $[1; \infty)$.
2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} y = 2x^2 \\ y = 4x. \end{cases}$$
3. При каких значениях аргумента выполняется равенство $f(x + 3) = f(2 - x)$, если $f(x) = x^2$?

Самостоятельная работа № 18.

Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график

Вариант 1

1. Задайте формулой обратную пропорциональность, если известно, что ее график проходит через точку $M(-2; 5)$.
2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} y = -\frac{2}{x} \\ y = 2. \end{cases}$$
3. Найдите значение аргумента, при котором выполняется равенство $f(x + 1) = -2f(x - 1)$, если $f(x) = -\frac{2}{x}$.

Вариант 2

1. Задайте формулой обратную пропорциональность, если известно, что ее график проходит через точку $M(5; -3)$.
2. Решите графически систему уравнений
$$\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = 1. \end{cases}$$
3. Найдите значение аргумента, при котором выполняется равенство $f(x - 2) = -f(2x + 3)$, если $f(x) = -\frac{1}{x}$.

Самостоятельная работа № 19.

Как построить график функции $y = f(x + l)$,
если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 1

- Постройте график функции $y = -(x - 1)^2$ и укажите, где она убывает, где возрастает.
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{2}{x+1}$ на отрезке $[-2; 1]$.
- Сколько решений имеет система уравнений
$$\begin{cases} y = -\frac{2}{x-1} \\ y = 2x+1 \end{cases}$$

Вариант 2

- Постройте график функции $y = -(x + 2)^2$ и укажите, где она убывает, где возрастает.
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{3}{x-1}$ на отрезке $[0; 3]$.
- Сколько решений имеет система уравнений
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{x+3} \\ y = x+2 \end{cases}$$

Самостоятельная работа № 20.

Как построить график функции $y = f(x) + m$,
если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 1

- Постройте график функции $y = 5 - 2x^2$ и укажите, где она убывает, где возрастает.
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \frac{1}{x} - 3$ на отрезке $[-1; 1]$.
- Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} y = \frac{1}{x} + 3 \\ y - 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

- Постройте график функции $y = 4 - \frac{2}{x}$ и укажите, где она убывает, где возрастает.
- Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2 - 3x^2$ на отрезке $[1; 3]$.
- Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 1 \\ y - x + 1 = 0 \end{cases}$$

Самостоятельная работа № 21.

Как построить график функции $y = f(x + l) + m$,
если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 1

1. Постройте график функции
 $y = 2(x - 1)^2 + 1.$

2. Данна функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x+1} + 1, & \text{если } -4 \leq x \leq -2; \\ 2x + 7, & \text{если } -2 < x \leq 0. \end{cases}$

- a) Найдите $f(-4); f(-2); f(-1).$
- b) Постройте график функции $y = f(x).$

3. Постройте график функции
 $y = 2x^2 - 12x + 19.$

Вариант 2

1. Постройте график функции

$$y = -\frac{3}{x+1} + 2.$$

2. Данна функция $f(x) = \begin{cases} 2(x - 1)^2 - 3, & \text{если } 1 \leq x \leq 3; \\ 8 - x, & \text{если } 3 < x \leq 6. \end{cases}$

- a) Найдите $f(1); f(3); f(5).$
- b) Постройте график функции $y = f(x).$

3. Постройте график функции

$$y = 3x^2 - 6x + 2.$$

Самостоятельная работа № 22.
Функция $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график.
Графическое решение квадратных уравнений

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = 3x^2 + 6x$.
2. Сколько решений имеет система уравнений
$$\begin{cases} y = -2x^2 + 4x + 3 \\ y = -2 \end{cases}$$
?
3. При каких значениях параметра p уравнение $x^2 + 4x - 3 = p$ имеет 2 корня?

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = 2x^2 + 4x$.
2. Сколько решений имеет система уравнений
$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = 1 \end{cases}$$
?
3. При каких значениях параметра p уравнение $x^2 - 6x + 3 = p$ не имеет корней?

К главе 4. Квадратные уравнения

Самостоятельная работа № 23. **Квадратные уравнения. Основные понятия**

Вариант 1

1. Составьте квадратное уравнение, у которого старший коэффициент равен -3 , коэффициент при x равен 2 , свободный член равен -5 .
2. Решите уравнение:
$$(2x - 1)(3x + 4) = 5x - 1.$$
3. При каких значениях параметра p уравнение
$$p^2x^2 + x + 2p = 0$$
 имеет корень, равный 1 ?

Вариант 2

1. Составьте квадратное уравнение, у которого старший коэффициент равен -2 , коэффициент при x равен -1 , свободный член равен 4 .
2. Решите уравнение:
$$(3x - 2)(2x + 1) = 1 - x.$$
3. При каких значениях параметра p уравнение
$$p^2x^2 + 4x + 4p = 0$$
 имеет корень, равный 1 ?

Самостоятельная работа № 24.
Формулы корней квадратных уравнений

Вариант 1

1. Найдите дискриминант квадратного уравнения и определите число его корней:
 - a) $x^2 + 2x - 5 = 0$;
 - б) $x^2 - 2x + 4 = 0$.
2. Решите уравнение:
 $x^2 - 7x + 4 = 0$.
3. Решите уравнение:
 $x^2 + (p + 1)x^2 + p = 0$.

Вариант 2

1. Найдите дискриминант квадратного уравнения и определите число его корней:
 - a) $x^2 - 3x + 2 = 0$;
 - б) $x^2 + 5x + 7 = 0$.
2. Решите уравнение:
 $x^2 - 4x + 1 = 0$.
3. Решите уравнение:
 $x^2 + (p + 2)x + 2p = 0$.

Самостоятельная работа № 25.
Рациональные уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}.$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x+1} = \frac{x}{x^2-1}.$$

3. Решите уравнение: $(x^2 + x)^2 + (x^2 + x) - 2 = 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

$$\frac{x^2}{x+3} = \frac{9}{x+3}.$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{2}{x-2} - \frac{x}{x+2} = \frac{2x+1}{x^2-4}.$$

3. Решите уравнение: $(x^2 + 3x)^2 + (x^2 + 3x) - 2 = 0$.

Самостоятельная работа № 26.
Рациональные уравнения
как математические модели реальных ситуаций

Вариант 1

1. Числитель дроби на 2 меньше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится $\frac{74}{35}$. Найдите исходную дробь.
2. Лодка прошла 8 км против течения реки и 12 км по течению реки, затратив на весь путь 2 часа. Найдите скорость лодки, если скорость течения равна 2 км/ч.

Вариант 2

1. Числитель и знаменатель дроби — положительные числа. Числитель дроби на 3 больше знаменателя. Если эту дробь сложить с обратной ей дробью, то получится $\frac{29}{10}$. Найдите исходную дробь.
2. Лодка прошла 12 км против течения реки и 18 км по течению реки, затратив на весь путь 2 часа. Найдите скорость лодки, если скорость течения равна 3 км/ч.

Самостоятельная работа № 27.
Теорема Виета

Вариант 1

1. Не используя формулу корней, найдите корни квадратного уравнения:
а) $x^2 - 5x + 4 = 0$; б) $x^2 - 6x - 16 = 0$.
2. Сократите дробь $\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 2}$.
3. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $2x^2 + 3x - 1 = 0$. Не решая уравнения, вычислите $x_1^4 + x_2^4$.

Вариант 2

1. Не используя формулу корней, найдите корни квадратного уравнения:
а) $x^2 - 4x + 3 = 0$; б) $x^2 - 4x - 5 = 0$.
2. Сократите дробь $\frac{x^2 - 5x + 4}{2x^2 - 32}$.
3. Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $3x^2 - 2x - 1 = 0$. Не решая уравнения, вычислите $x_1^4 + x_2^4$.

Самостоятельная работа № 28.
Иррациональные уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:
а) $\sqrt{x+1} = 6$; б) $\sqrt{2-x^2} = 1$.
2. Решите уравнение: $\sqrt{x+3} + (x+3) = 6$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{x^2+2} + x^2 = 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:
а) $\sqrt{x+2} = 3$; б) $\sqrt{1-x^2} = 1$.
2. Решите уравнение: $x+1+\sqrt{x+1} = 6$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{x^2+1} + x^2 = 5$.

К главе 5. Неравенства

Самостоятельная работа № 29. **Свойства числовых неравенств**

Вариант 1

1. Известно, что $a < b$. Замените знак * знаком $<$ или $>$ таким образом, чтобы получилось верное неравенство:
 - а) $-3a * -3b$;
 - б) $a + 1,3 * b + 1,3$.
2. Докажите, что если $n < -2$, то $-\frac{n}{6} + \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$.
3. Докажите неравенство $a^2 + 8b^2 + 4ab + 8b + 5 > 0$.

Вариант 2

1. Известно, что $a > b$. Замените знак * знаком $<$ или $>$ таким образом, чтобы получилось верное неравенство:
 - а) $-2a * -2b$;
 - б) $a - 1,2 * b - 1,2$.
2. Докажите, что если $n < -3$, то $-\frac{n}{3} + \frac{1}{7} > 1,1$.
3. Докажите неравенство $a^2 + 12b^2 + 6ab + 6b + 4 > 0$.

Самостоятельная работа № 30.
Исследование функций на монотонность

Вариант 1

1. Исследуйте на монотонность функцию:
а) $y = 2x + 5$;
б) $y = -3x + 2$.
2. Исследуйте на монотонность функцию:
 $y = |x-3| + 1$.
3. Докажите, что функция $y = x^2 + 4x - 8$ является убывающей на промежутке $(-7; -3)$.

Вариант 2

1. Исследуйте на монотонность функцию:
а) $y = 3x + 1$;
б) $y = 1 - 2x$.
2. Исследуйте на монотонность функцию:
 $y = |x - 2| - 1$.
3. Докажите, что функция $y = x^2 + 2x - 3$ является возрастающей на промежутке $(0; 2)$.

Самостоятельная работа № 31.
Решение линейных неравенств

Вариант 1

1. Решите неравенство:
 - a) $2a - 4 > a + 3$;
 - б) $3x + 2 < -2x + 1$.
2. Изобразите на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y \leq 2x - 1$.
3. Решите неравенство:

$$\frac{x-1}{4} - \frac{2x+3}{8} + x < 3.$$

Вариант 2

1. Решите неравенство:
 - a) $3a - 1 > 2a + 3$;
 - б) $2x + 4 < -5x + 1$.
2. Изобразите на координатной плоскости точки, координаты которых удовлетворяют неравенству $y \geq x - 2,5$.
3. Решите неравенство:

$$\frac{x+2}{3} - \frac{2x-1}{6} - x > 2.$$

Самостоятельная работа № 32.
Решение квадратных неравенств

Вариант 1

1. Решите неравенство: $x^2 + 2x - 3 \leq 0$.
2. При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\frac{2}{\sqrt{25x^2 - 81}}$?
3. При каких значениях параметра a уравнение $2ax^2 + (a - 1)x + a = 0$ имеет 2 корня?

Вариант 2

1. Решите неравенство: $x^2 - 3x + 2 \leq 0$.
2. При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $2 + \frac{3}{\sqrt{16x^2 - 25}}$?
3. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - (a + 1)x + a = 0$ имеет 2 корня?

Самостоятельная работа № 33.

Приближенные значения действительных чисел

Вариант 1

- Найдите приближенные значения $2,4(51)$ по недостатку и избытку с точностью до $0,01$.
 - Упростите и вычислите с точностью до $0,01$:
 $\sqrt{27} - \sqrt{75}$.
 - Упростите и вычислите с точностью до $0,01$:
 $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$.

Вариант 2

- Найдите приближенные значения $1,3(48)$ по недостатку и избытку с точностью до $0,01$.
 - Упростите и вычислите с точностью до $0,01$: $\sqrt{32} - \sqrt{8}$.
 - Упростите и вычислите с точностью до $0,01$:
$$\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}.$$

Самостоятельная работа № 34.

Стандартный вид числа

Вариант 1

- Представьте в виде степени числа 10:
а) 10 000; б) 0,00001.
 - Выполните действие $3,7 \cdot 10^{-3} + 13 \cdot 10^{-4}$.
 - Найдите порядок частного чисел $2,345 \cdot 10^5$ и $\pi \cdot 10^{-3}$.

Вариант 2

- Представьте в виде степени числа 10:
 - 1000;
 - 0,000001.
 - Выполните действие $2,1 \cdot 10^{-5} + 9 \cdot 10^{-6}$.
 - Найдите порядок частного чисел $3,542 \cdot 10^{-3}$ и $\pi \cdot 10^{-7}$.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К главе 1. Алгебраические дроби

Контрольная работа № 1.

Основные понятия. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень. Преобразование рациональных выражений. Первые представления о рациональных уравнениях. Степень с отрицательным целым показателем

Вариант 1

1. Найдите значение алгебраической дроби $\frac{2y^2 + x}{x - 2y}$ при $x = 1$, $y = -1$.
2. Приведите следующие дроби к общему знаменателю:
 $\frac{a^2b}{a+b}$ и $\frac{ab^2}{a-b}$.
3. Упростите выражение:
 $3 \frac{2}{5} a^3 b^{-4} \cdot \left(\frac{5}{17} a^{-1} b^5 \right)$.
4. Найдите значение выражения $\frac{xy+x}{x-y} : \frac{(y+1)x^2}{x+y} \cdot \frac{x^2-xy}{x+y}$ при $x = 2,32$ и $y = -1,11$.
5. Решите уравнение:
$$\frac{3x-2}{2} + \frac{1-2x}{3} - \frac{4x+3}{7} = \frac{1}{14}$$
.

Вариант 2

1. Найдите значение алгебраической дроби $\frac{y - x^2}{2x + y}$ при $x = 2, y = -1$.
2. Приведите следующие дроби к общему знаменателю:
 $\frac{ab + 1}{2a - b}$ и $\frac{a^2b}{2a + b}$.
3. Упростите выражение: $4 \frac{1}{3} a^2 b^{-3} \cdot \left(\frac{3}{13} a^{-2} b^4 \right)$.
4. Найдите значение выражения $\frac{2x - y}{x + y} : \frac{2x - y}{x - y} \cdot \frac{x + y}{x - y}$ при $x = 1,24$ и $y = -2,35$.
5. Решите уравнение: $\frac{1 - 2x}{3} + \frac{2 - 3x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{1}{12}$.

Вариант 3

1. Найдите значение алгебраической дроби $\frac{y + 2xy}{x^2 - y}$ при $x = 0, y = -1$.
2. Приведите следующие дроби к общему знаменателю:
 $\frac{a}{a + 2b}$ и $\frac{-2b}{2b - a}$.
3. Упростите выражение: $2 \frac{1}{4} a^{-1} b^3 \cdot \left(\frac{2}{9} a^2 b^{-3} \right)$.
4. Найдите значение выражения $\frac{2x}{3} : \frac{3}{2x} \cdot \frac{9}{4xy} : \frac{x}{2y}$ при $x = 0,5$ и $y = -1,289$.
5. Решите уравнение:
 $\frac{1 - x}{2} + \frac{2 + 3x}{5} + \frac{x}{6} = \frac{1}{30}$.

Вариант 4

1. Найдите значение алгебраической дроби $\frac{x + 2yx^2}{1 - x}$ при $x = -1$, $y = 1$.
2. Приведите следующие дроби к общему знаменателю:
 $\frac{a+b}{a-2b}$ и $\frac{a-b}{a+2b}$.
3. Упростите выражение:
 $3 \frac{1}{3} ab^{-3} \left(\frac{3}{10} a^{-1} b^4 \right)$.
4. Найдите значение выражения $\frac{x+2y}{1-x} \cdot \frac{x^2-1}{2y+x} : (xy+y) \cdot y$ при $x = 0,11$ и $y = -1,24$.
5. Решите уравнение:
 $\frac{2+3x}{5} - \frac{1+2x}{4} + \frac{x}{3} = \frac{1}{15}$.

К главе 2. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня

Контрольная работа № 2.

Рациональные числа. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа. Иррациональные числа. Множество действительных чисел. Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график. Свойства квадратных корней. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня.
Модуль действительного числа

Вариант 1

- Вычислите: $\frac{2}{3}\sqrt{81} - 5$.
- Решите уравнение: $x^2 - 15 = 3 - 2x^2$.
- Решите графически уравнение: $\sqrt{x} = x$.
- Упростите выражение: $\sqrt{\frac{9a^2b^4c^6}{16}} \cdot \sqrt{\frac{36}{a^2b^2c^2}}$.
- Вычислите: $\left(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + 2\right)^2$.

Вариант 2

- Вычислите: $\frac{1}{4}\sqrt{64} - 2$.
- Решите уравнение: $x^2 - 9 = 16 - 2x^2$.
- Решите графически уравнение: $\sqrt{x} = 2x$.
- Упростите выражение: $\sqrt{\frac{25a^2b^2c^4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{81}{b^2}}$.
- Вычислите: $\left(\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - 2\right)^2$.

Вариант 3

1. Вычислите: $\frac{2}{9}\sqrt{9} - 1$.
2. Решите уравнение: $x^2 - 1 = 34 - 5x^2$.
3. Решите графически уравнение: $2\sqrt{x} = x$.
4. Упростите выражение:
$$\sqrt{\frac{4a^2b^2}{9c^4}} \cdot \frac{3\sqrt{c^2}}{\sqrt{a^2}}$$
5. Вычислите: $\left(\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} - 3\right)^2$.

Вариант 4

1. Вычислите: $\frac{1}{6}\sqrt{36} - 1$.
2. Решите уравнение: $x^2 = 21 - 7x^2$.
3. Решите графически уравнение: $\sqrt{x} = -x$.
4. Упростите выражение:
$$\sqrt{\frac{36a^4}{25b^2c^6}} \cdot \frac{c^2b}{6\sqrt{a^2}}$$
5. Вычислите: $\left(\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} - 3\right)^2$.

К главе 3. Квадратичная функция.

Функция $y = \frac{k}{x}$

Контрольная работа № 3.

Функция $y = kx^2$, ее свойства и график. **Функция** $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график. Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. **Функция** $y = ax^2 + bx + c$, ее свойства и график. Графическое решение квадратных уравнений

Вариант 1

- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -2x^2$ на отрезке $[-3; -1]$.
- Решите графически систему уравнений: $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -2. \end{cases}$
- Дана функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-1} + 1, & \text{если } 2 \leq x \leq 3 \\ x - \frac{5}{2}, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$
 - Найдите $f(2)$, $f(2,5)$, $f(4)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
- Сколько решений имеет система уравнений:
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$$
- При каких значениях параметра p уравнение $x^2 + 4 = \frac{p-2}{3}$ не имеет корней?

Вариант 2

- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -1,5x^2$ на отрезке $[-4; -2]$.
- Решите графически систему уравнений: $\begin{cases} y = -\frac{3}{x} \\ y = -3. \end{cases}$
- Дана функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-2} + 2, & \text{если } 3 \leq x \leq 4 \\ x - \frac{5}{2}, & \text{если } x \geq 4. \end{cases}$
 - Найдите $f(3)$, $f(3,5)$, $f(5)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.
- Сколько решений имеет система уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$$
- При каких значениях параметра p уравнение $x^2 + 3 = \frac{2p-1}{5}$ не имеет корней?

Вариант 3

- Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -3x^2$ на отрезке $[-1; 0]$.
- Решите графически систему уравнений: $\begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ y = -2. \end{cases}$
- Дана функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-1} + 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ x - \frac{4}{3}, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$
 - Найдите $f(0)$, $f(1,5)$, $f(3)$.
 - Постройте график функции $y = f(x)$.

4. Сколько решений имеет система уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра p уравнение $x^2 + 1 = \frac{p - 4}{7}$ не имеет корней?

Вариант 4

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -2,5x^2$ на отрезке $[-2; 0]$.

2. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = -2 \end{cases}$$

3. Данна функция $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x} + 3, & \text{если } 1 \leq x \leq 2 \\ x, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

а) Найдите $f(1)$, $f(1,5)$, $f(3)$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$.

4. Сколько решений имеет система уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра p уравнение

$$x^2 - 2 = \frac{2p + 3}{5}$$
 не имеет корней?

К главе 4. Квадратные уравнения

Контрольная работа № 4.

Основные понятия. Формулы корней квадратных уравнений. Рациональные уравнения. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций. Еще одна формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Иррациональные уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение: $x^2 + 8x + 7 = 0$.
2. Решите уравнение:
$$\frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}.$$
3. Решите уравнение: $\sqrt{2x-1} + (2x-1) = 2$.
4. Вычислите: $x_1^2 + x_2^2$, если известно, что x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 3x + 1 = 0$.
5. Решите уравнение:
$$\sqrt{x^2 + 4} + x^2 = 0.$$

Вариант 2

1. Решите уравнение: $x^2 + 5x + 4 = 0$.
2. Решите уравнение:
$$\frac{2x}{x^2 - 4} = \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-2}.$$
3. Решите уравнение:
$$\sqrt{3x+1} + (3x+1) = 2.$$
4. Вычислите: $x_1^2 + x_2^2$, если известно, что x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 2x - 4 = 0$.
5. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 3} + x^2 + 1 = 0$.

Вариант 3

1. Решите уравнение: $x^2 + 9x + 8 = 0$.

2. Решите уравнение:

$$\frac{2}{x-2} - \frac{3x+1}{x+2} = \frac{2x+3}{x^2-4}.$$

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{x+x+5} = 11.$$

4. Вычислите: $x_1^2 + x_2^2$, если известно, что x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 - 4x - 7 = 0$.

5. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 + 2 + x^2} = 4.$$

Вариант 4

1. Решите уравнение: $x^2 + 11x + 10 = 0$.

2. Решите уравнение:

$$\frac{1+x}{x-3} - \frac{2x}{x+3} = \frac{1}{x^2-9}.$$

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{x-1} + (x-1) = 6.$$

4. Вычислите: $x_1^2 + x_2^2$, если известно, что x_1, x_2 — корни квадратного уравнений $x^2 - 3x - 2 = 0$.

5. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 + 5} + x^2 = 1.$$

К главе 5. Неравенства

Контрольная работа № 5.

Свойства числовых неравенств.

Исследование функций на монотонность.

Решение линейных неравенств.

Решение квадратных неравенств

Вариант 1

1. Решите неравенство: $2x + 3 > 1 - x$.
2. Решите неравенство: $x^2 - x - 2 \geq 0$.
3. При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\frac{3}{\sqrt{2x^2 - 8}}$?
4. Исследуйте на монотонность функцию $y = 2 - |x - 1|$.
5. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - 2x + a - 1 = 0$ не имеет корней?

Вариант 2

1. Решите неравенство: $x + 4 > 3x - 7$.
2. Решите неравенство: $x^2 + x - 6 \leq 0$.
3. При каких значениях переменной x имеет смысл выражение $\frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$?
4. Исследуйте на монотонность функцию $y = 1 - |x - 3|$.
5. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + x - a - 2 = 0$ не имеет корней?

Вариант 3

1. Решите неравенство:

$$2x - 1 > 4x - 7.$$

2. Решите неравенство:

$$x^2 + 4x + 3 \leq 0.$$

3. При каких значениях переменной x имеет смысл вы-

ражение $\frac{3}{\sqrt{5x^2 - 20}}$?

4. Исследуйте на монотонность функцию

$$y = 4 - |x - 2|.$$

5. При каких значениях параметра a квадратное уравнение $x^2 + ax - 4a = 0$ имеет 1 корень?

Вариант 4

1. Решите неравенство:

$$3 - 2x < 5x + 1.$$

2. Решите неравенство:

$$x^2 + 5x + 4 \geq 0.$$

3. При каких значениях переменной x имеет смысл вы-

ражение $\frac{2}{\sqrt{30 - 6x^2}}$?

4. Исследуйте на монотонность функцию

$$y = 1 - |x - 4|.$$

5. При каких значениях параметра a квадратное уравнение $x^2 + 2ax + 1 = 0$ не имеет корней?

Контрольная работа № 6.
Множество рациональных чисел.
Иrrациональные числа.
Множество действительных чисел.
Модуль действительного числа.
Приближенные значения действительных чисел.
Стандартный вид числа

Вариант 1

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{11}{9}$.
2. Сравните числа $\sqrt{23}$ и 4,7.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + 1$.
4. Упростите и вычислите с точностью до 0,1
 $2\sqrt{27} + \sqrt{125}$.
5. Найдите порядок числа $\frac{\frac{2,3 \cdot 10^2}{3\pi} \cdot 10^{-3}}{4}$.

Вариант 2

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{22}{9}$.
2. Сравните числа $\sqrt{21}$ и 4,5.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 1$.
4. Упростите и вычислите с точностью до 0,1
 $3\sqrt{12} + \sqrt{5}$.
5. Найдите порядок числа $\frac{\frac{1,6 \cdot 10^3}{\pi} \cdot 10^{-3}}{2}$.

Вариант 3

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{2}{15}$.
2. Сравните числа $\sqrt{27}$ и 5,2.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2$.
4. Упростите и вычислите с точностью до 0,1
 $\sqrt{27} - \sqrt{7}$.

5. Найдите порядок числа $\frac{\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{4}}{\frac{4}{5} \cdot 10^{-7}}$.

Вариант 4

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $\frac{17}{15}$.
2. Сравните числа $\sqrt{31}$ и 5,5.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 8x + 16} - 1$.
4. Упростите и вычислите с точностью до 0,1
 $\sqrt{32} - \sqrt{3}$.
5. Найдите порядок числа $\frac{\frac{1,1 \cdot 10^{-5}}{\pi}}{\frac{3}{10^{-11}}}$.

ОТВЕТЫ

Самостоятельные работы К главе 1

Самостоятельная работа № 1

Вариант 1

1. $x = 3.$
2. а) 2; б) $-0,5.$
3. 2,45.

Вариант 2

1. $x = 5.$
2. а) $-2;$ б) 1.
3. 0,9.

Самостоятельная работа № 2

Вариант 1

1. а) $\frac{3a}{2b};$ б) $\frac{25}{3xy}.$
2. $\frac{4a - 2b}{2a^2 - 2b^2}$ и $\frac{4a - 4b}{2a^2 - 2b^2}.$
3. $\frac{2}{3}.$

Вариант 2

1. а) $\frac{2a}{b};$ б) $\frac{9}{2xy}.$
2. $\frac{8b - 4a}{4a^2 - 4b^2}$ и $\frac{5b^2 + 5ab}{4a^2 - 4b^2}.$
3. $-10.$

Самостоятельная работа № 3

Вариант 1

1. а) $\frac{y}{7};$ б) $\frac{23a^2 + b^2}{a + b}.$
2. $\frac{x + 3}{x}.$
3. $n = 1, 2, 3, 4, 6, 8.$

Вариант 2

1. а) $\frac{x}{5};$ б) $\frac{2a^2 - b^2}{b - a}.$
2. $-\frac{x + 4}{x}.$
3. $n = 1.$

Самостоятельная работа № 4

Вариант 1

1. а) $\frac{34}{33}$; б) $\frac{21x - 10y}{35}$.

2. $\frac{1}{x - 2}$.

3. 0.

Вариант 2

1. а) $\frac{5}{14}$; б) $\frac{10x - 9y}{15}$.

2. $\frac{1}{x + 3}$.

3. 0.

Самостоятельная работа № 5

Вариант 1

1. а) $\frac{xy}{2}$; б) $\frac{2p}{m}$; в) $\frac{n^2}{m^3}$.

2. $\frac{z}{z - 4}$.

3. 4.

Вариант 2

1. а) $\frac{xy}{2}$; б) $\frac{1}{4mn}$; в) $\frac{1}{m}$.

2. $\frac{z}{z - 5}$.

3. 1.

Самостоятельная работа № 6

Вариант 1

1. $-\frac{y}{x}$.

2. $\frac{1}{a + b}$.

Вариант 2

1. 0.

2. $\frac{1}{a^2 + ab + b^2}$.

Самостоятельная работа № 7

Вариант 1

1. $x = -5$.

2. $x = \frac{2}{19}$.

3. $x = \pm 2$.

Вариант 2

1. $x = 30$.

2. $x = \frac{7}{5}$.

3. $x = \pm 3$.

Самостоятельная работа № 8

Вариант 1

1. 2^{-6} .
2. 1.
3. a .

Вариант 2

1. 3^{-4} .
2. 1.
3. a^2 .

К главе 2

Самостоятельная работа № 9

Вариант 1

1. а) да; б) нет; в) нет.
2. 2,(5).
3. $\frac{34}{33}$.

Вариант 2

1. а) нет; б) да; в) да.
2. 0,7(3).
3. $\frac{5}{44}$.

Самостоятельная работа № 10

Вариант 1

1. а) 14;
- б) $\frac{9}{40}$.
2. $x = \pm\sqrt{13}$.
3. -9 и -8.

Вариант 2

1. а) 17;
- б) $\frac{8}{15}$.
2. $x = \pm\sqrt{10}$.
3. -8 и -7.

Самостоятельная работа № 11

Вариант 1

1. $-\sqrt{50} > -7,1$.
2. 2.
3. 12.

Вариант 2

1. $-\sqrt{17} > -4,5$.
2. 0,75.
3. 7.

Самостоятельная работа № 12

Вариант 1

1. $0,57 > \frac{4}{9}$.
2. $x > y$.
3. $1,5; \frac{\pi}{2}; \frac{8}{5}; \sqrt{3}$.

Вариант 2

1. $0,6 > \frac{5}{9}$.
2. $x < y$.
3. $3,1; \pi; \frac{16}{5}; \sqrt{10} + \frac{1}{5}$.

Самостоятельная работа № 13

Вариант 1

2. $y_{\text{наим.}} = 2$;
 $y_{\text{наиб.}} = 3$.
3. $x = 0, x = -1$.

Вариант 2

2. $y_{\text{наим.}} = 3$;
 $y_{\text{наиб.}} = 5$.
3. $x = 2, x = 3$.

Самостоятельная работа № 14

Вариант 1

1. а) $0,8$;
б) $\frac{17}{25}$.
2. $0,5$.
3. 2.

Вариант 2

1. а) $2,5$;
б) $\frac{12}{17}$.
2. $1,5$.
3. 2.

Самостоятельная работа № 15

Вариант 1

1. а) $\frac{2}{3}a^4b^2$;
б) $-3\sqrt{y}$.
2. $\sqrt{2}(2 + 3\sqrt{3} - \sqrt{7})$.
3. 2.

Вариант 2

1. а) $\frac{4|a|b^2}{5|c^3|}$;
б) \sqrt{x} .
2. $\sqrt{3}(\sqrt{2} + 6 - 2) = \sqrt{3}(4 + \sqrt{2})$.
3. 0.

Самостоятельная работа № 16

Вариант 1

1. а) $5,5$; б) $2 - \sqrt{3}$;
в) $28 - 10\sqrt{3}$.
3. нет корней.

Вариант 2

1. а) $4,8$; б) $3 - \sqrt{8}$;
в) $19 - 8\sqrt{3}$.
3. 4.

К главе 3

Самостоятельная работа № 17

Вариант 1

1. а) $y_{\text{нам.}} = -4$; $y_{\text{найб.}} = 0$;
б) $y_{\text{нам.}}$ не существует;
 $y_{\text{найб.}} = -1$.
2. $(0; 0); (-1; -3)$.
3. $x = 0,5$.

Вариант 2

1. а) $y_{\text{нам.}} = 0$; $y_{\text{найб.}} = 8$;
б) $y_{\text{нам.}} = 2$;
 $y_{\text{найб.}}$ не существует.
2. $(0; 0); (2; 8)$.
3. $x = -0,5$.

Самостоятельная работа № 18

Вариант 1

1. $y = -\frac{10}{x}$.
2. $(-1; 2)$.
3. $x = -\frac{1}{3}$.

Вариант 2

1. $y = -\frac{15}{x}$.
2. $(3; 1)$.
3. $x = -\frac{1}{3}$.

Самостоятельная работа № 19

Вариант 1

1. убывает на $[1; +\infty)$;
возрастает на $(-\infty; 1]$.
2. $y_{\text{найм.}}$ не существует;
 $y_{\text{наиб.}}$ не существует.
3. 0 решений.

Вариант 2

1. убывает на $[-2; +\infty)$;
возрастает на $(-\infty; -2]$.
2. $y_{\text{найм.}}$ не существует;
 $y_{\text{наиб.}}$ не существует.
3. 0 решений.

Самостоятельная работа № 20

Вариант 1

1. убывает на $[0; +\infty)$;
возрастает на $(-\infty; 0]$.
2. $y_{\text{найм.}} =$ не существует;
 $y_{\text{наиб.}} =$ не существует.
3. 2 решения.

Вариант 2

1. возрастает на всей
области определения.
2. $y_{\text{найм.}} = -25$, $y_{\text{наиб.}} = -1$.
3. 0 решений.

Самостоятельная работа № 21

Вариант 1

2. а) $f(-4) = \frac{5}{3}$;
 $f(-2) = 3$;
 $f(-1) = 5$.

Вариант 2

2. а) $f(1) = -3$;
 $f(3) = 5$;
 $f(5) = 3$.

Самостоятельная работа № 22

Вариант 1

2. 2 решения.
3. $p > -7$.

Вариант 2

2. 2 решения.
3. $p < -6$.

К главе 4

Самостоятельная работа № 23

Вариант 1

1. $-3x^2 + 2x - 5 = 0.$

2. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$

3. $p = -1.$

Вариант 2

1. $-2x^2 - x + 4 = 0.$

2. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$

3. $p = -2.$

Самостоятельная работа № 24

Вариант 1

1. а) 24, 2 корня;
б) -12, 0 корней.

2. $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}.$

3. $x_1 = -1, x_2 = -p.$

Вариант 2

1. а) 1, 2 корня;
б) -3, 0 корней.

2. $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}.$

3. $x_1 = -2, x_2 = -p.$

Самостоятельная работа № 25

Вариант 1

1. $x = -1.$

2. $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$

3. $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Вариант 2

1. $x = 3.$

2. -1; 3.

3. $\frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}; -1; -2.$

Самостоятельная работа № 26

Вариант 1

1. $\frac{5}{7}.$

2. 10 км/ч.

Вариант 2

1. $\frac{5}{2}.$

2. 15 км/ч.

Самостоятельная работа № 27

Вариант 1

1. а) 1; 4;
б) -2; 8.
2. $\frac{x-2}{2x+2}$.
3. $\frac{161}{16}$.

Вариант 2

1. а) 1; 3;
б) -1; 5.
2. $\frac{x-1}{2x+8}$.
3. $\frac{82}{81}$.

Самостоятельная работа № 28

Вариант 1

1. а) 35; б) ± 1 .
2. 1.
3. нет корней.

Вариант 2

1. а) 7; б) 0.
2. 3.
3. $\pm\sqrt{3}$.

К главе 5

Самостоятельная работа № 29

Вариант 1

1. а) $>$;
б) $<$.

Вариант 2

1. а) $<$;
б) $>$.

Самостоятельная работа № 30

Вариант 1

1. а) возрастает на \mathbb{R} ;
б) убывает на \mathbb{R} .
2. Убывает при $x \leq 3$;
возрастает при $x \geq 3$.

Вариант 2

1. а) возрастает на \mathbb{R} ;
б) убывает на \mathbb{R} .
2. Убывает при $x \leq 2$;
возрастает при $x \geq 2$.

Самостоятельная работа № 31

Вариант 1

1. а) $a > 7$; б) $x < -\frac{1}{5}$.
 3. $x < \frac{29}{8}$.

Вариант 2

1. а) $a > 4$; б) $x < -\frac{3}{7}$.
 3. $x < -\frac{7}{6}$.

Самостоятельная работа № 32

Вариант 1

1. $x \in [-3; 1]$.
 2. $x \in \left(-\infty; -\frac{9}{5}\right) \cup \left(\frac{9}{5}; +\infty\right)$.
 3. $x \in \left(\frac{-1-2\sqrt{2}}{7}; \frac{-1+2\sqrt{2}}{7}\right)$.

Вариант 2

1. $x \in [1; 2]$.
 2. $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$.
 3. $a \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup (0; 1)$.

Самостоятельная работа № 33

Вариант 1

1. по недостатку 2,45;
 по избытку 2,46.
 2. -3,46.
 3. 3,15.

Вариант 2

1. по недостатку 1,34;
 по избытку 1,35.
 2. 2,83.
 3. 3,97.

Самостоятельная работа № 34

Вариант 1

1. а) 10^4 ; б) 10^{-5} .
 2. $5 \cdot 10^{-3}$.
 3. 7.

Вариант 2

1. а) 10^3 ; б) 10^{-6} .
 2. $3 \cdot 10^{-5}$.
 3. 4.

Контрольные работы

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. 1.

2. $\frac{a^2b(a-b)}{a^2-b^2}$ и $\frac{ab^2(a+b)}{a^2-b^2}$.

3. a^2b .

4. 1.

5. $\frac{49}{11}$.

Вариант 2

1. $-\frac{5}{3}$.

2. $\frac{(ab+1)(2a+b)}{4a^2-b^2}$ и
 $\frac{a^2b(2a-b)}{4a^2-b^2}$.

3. b .

4. 1.

5. $\frac{45}{73}$.

Вариант 3

1. -1.

2. $\frac{a(2b-a)}{4b^2-a^2}$ и $\frac{-2b(a+2b)}{4b^2-a^2}$.

3. $\frac{1}{2}a$.

4. 2.

5. $-\frac{13}{4}$.

Вариант 4

1. $\frac{1}{2}$.

2. $\frac{(a+b)(a+2b)}{a^2-4b^2}$ и
 $\frac{(a-b)(a-2b)}{a^2-4b^2}$.

3. b .

4. -1.

5. $-\frac{5}{26}$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. 1.
2. $\pm\sqrt{6}$.
3. 0; 1.
4. $\frac{9|b|c^2}{2}$.
5. 5.

Вариант 2

1. 0.
2. $\pm\sqrt{\frac{25}{3}}$.
3. 0; $\frac{1}{4}$.
4. $15|a|c^2$.
5. 3.

Вариант 3

1. $-\frac{1}{3}$.
2. $\pm\sqrt{\frac{35}{6}}$.
3. 0; 4.
4. $2\left|\frac{b}{c}\right|$.
5. 5.

Вариант 4

1. 0.
2. $\pm\sqrt{\frac{21}{8}}$.
3. 0.
4. $\frac{|a|b}{5|bc|}$.
5. 3.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. $y_{\text{наиб.}} = -2$;
 $y_{\text{наим.}} = -18$.
2. $(-1; -2)$.
3. а) $0; \frac{1}{3}; 1,5$.
4. 2.
5. $p < 14$.

Вариант 2

1. $y_{\text{наиб.}} = -6$;
 $y_{\text{наим.}} = -24$.
2. $(1; -3)$.
3. а) $1; \frac{4}{3}; 2,5$.
4. 2.
5. $p < 8$.

Вариант 3

1. $y_{\text{наиб.}} = 0;$
 $y_{\text{наим.}} = -3.$
2. $(-2; -2).$
3. а) $2; -1; 1\frac{2}{3}.$
4. 2.
5. $p < 11.$

Вариант 4

1. $y_{\text{наиб.}} = 0;$
 $y_{\text{наим.}} = -10.$
2. $(-1,5; -2).$
3. а) $1; \frac{5}{3}; 3.$
4. 2.
5. $p < -\frac{13}{2}.$

Контрольная работа № 4**Вариант 1**

1. $-7; -1.$
2. 0.
3. 1.
4. 7.
5. нет корней.

Вариант 2

1. $-4; -1.$
2. $\frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}.$
3. 0.
4. 12.
5. нет корней.

Вариант 3

1. $-8; -1.$
2. $\frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}.$
3. 4.
4. 30.
5. $\pm\sqrt{2}.$

Вариант 4

1. $-10; -1.$
2. $5 \pm 3\sqrt{3}.$
3. 5.
4. 13.
5. нет корней.

Контрольная работа № 5

Вариант 1

1. $x > -\frac{2}{3}$.
2. $x \in (-\infty; -1] \cup [2; \infty)$.
3. $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$.
4. возрастает при $x \leq 1$;
убывает при $x \geq 1$.
5. $a \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \infty\right)$.

Вариант 3

1. $x < 3$.
2. $x \in [-3; -1]$.
3. $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty)$.
4. возрастает при $x \leq 2$;
убывает при $x \geq 2$.
5. $a = -16$; $a = 0$.

Вариант 2

1. $x < 5,5$.
2. $x \in [-3; 2]$.
3. $x \in (-2; 2)$.
4. возрастает при $x \leq 3$;
убывает при $x \geq 3$.
5. $a \in \left(-1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; -1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Вариант 4

1. $x > \frac{2}{7}$.
2. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; \infty)$.
3. $x \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.
4. возрастает при $x \leq 4$;
убывает при $x \geq 4$.
5. $a \in (-1; 1)$.

Контрольная работа № 6

Вариант 1

1. 1,(2).
2. $\sqrt{23} > 4,7$.
4. 21,6.
5. 4.

Вариант 3

1. 0,1(3).
2. $\sqrt{27} < 5,2$.
4. 2,6.
5. 3.

Вариант 2

1. 2,(4).
2. $\sqrt{21} > 4,5$.
4. 12,6.
5. 6.

Вариант 4

1. 1,1(3).
2. $\sqrt{31} > 5,5$.
4. 3,9.
5. 6.

Справочное издание

Попов Максим Александрович

Контрольные и самостоятельные работы по алгебре

К учебнику А. Г. Мордковича «Алгебра. 8 класс»

8 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16678 от 20.05.2015 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*

Редактор *И. М. Бокова*

Корректоры *И. В. Русанова, О. Ю. Казанаева*

Дизайн обложки *А. А. Козлова*

Компьютерная верстка *М. А. Серова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в «Красногорская типография»

143405, Московская область,

г. Красногорск, Коммунальный квартал, 2

www.ktpprint.ru

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).**

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 135955613336665976574499022560335136778487

Владелец Сурнин Руслан Валерьевич

Действителен С 19.06.2023 по 18.06.2024